



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA**  
**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA**

PLANO DE DISCIPLINA		
IDENTIFICAÇÃO		
CURSO: BACHARELADO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO	DISCIPLINA: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL IV	CÓDIGO DA DISCIPLINA: 41
PRÉ-REQUISITO: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III		
UNIDADE CURRICULAR: Obrigatória [ X ] Optativa [ ] Eletiva [ ]		SEMESTRE: 4
CARGA HORÁRIA		
TEÓRICA: 67 h	PRÁTICA: 0h	EaD: 0h
CARGA HORÁRIA SEMANAL: 4	CARGA HORÁRIA TOTAL: 67 h	
DOCENTE RESPONSÁVEL:		

EMENTA		
Integrais Duplas, Mudança de Variável em Integrais Duplas com Coordenadas Polares. Integrais Tripas. Mudança de Coordenadas em Integrais Tripas usando Coordenadas Cilíndricas e Esféricas. Integral de Linha. Campos Vetoriais Conservativos e Função Potencial. Teorema de Green. Integrais de Superfícies. Teorema de Stokes. Teorema da Divergência de Gauss.		

OBJETIVOS		
Geral		

- Desenvolver conceitos e técnicas de cálculo diferencial e integral de funções reais de várias variáveis nas integrais de linha e na integral de superfície.

**Específicos**

- Compreender o conceito de integrais duplas, representar regiões do espaço bidimensional para a obtenção dos limites de integração;
- Aplicar o Teorema de Fubini no cálculo das Integrais iteradas, no cálculo das integrais duplas e tripas;
- Aplicar as propriedades das Integrais duplas na obtenção de integrais de regiões não retangulares;
- Aplicar a inversão da ordem de integração no cálculo das integrais duplas;
- Cálculo de áreas e volumes por meio da integral dupla;
- Determinar as integrais duplas de funções do espaço bidimensional por meio da mudança de coordenadas cartesianas para polares;
- Compreender o conceito de Integrais Tripas, representar em regiões do espaço tridimensional para a obtenção dos limites de integração;
- Obter o volume de sólidos por meio da integral tripla;
- Calcular as integrais tripas por meio de mudanças de coordenadas cartesianas para cilíndricas e esféricas;
- Relacionar as integrais duplas e tripas com fenômenos físicos, bem como a obtenção do centro de gravidade de lâminas e de sólidos tridimensionais;
- Propiciar ao aluno a experiência numa ampla variedade de aplicações para analisar as propriedades de campos vetoriais e de fluxos por meio das integrais de linha e superfície;
- Caracterizar, representar graficamente campos vetoriais;
- Relacionar a integral de linha com o conceito de trabalho e de massa;
- Calcular a integral de linha de campos vetoriais sobre curvas regulares, orientadas, simples, fechadas e parametrizadas;
- Obter campos vetoriais conservativos e calcular as integrais curvilíneas em tais campos;
- Compreender o Teorema de Green no plano e sua aplicação no cálculo de áreas de regiões do espaço bidimensional e sua relação com a integral dupla;
- Determinar o fluxo total e da circulação de campos vetoriais;





**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA**  
**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA**

- Verificar quando uma superfície é regular, orientada e parametrizar superfícies;
- Calcular a área e a integral de uma superfície usando a definição de integral de superfícies parametrizadas ou não;
- Compreender a relação entre o fluxo de um campo vetorial com as integrais duplas por meio do Teorema de Gauss (Teorema da Divergência);
- Obter a circulação de um campo vetorial ao redor de uma curva por meio do Teorema de Stokes;
- Compreender a relação entre integrais de linha e integrais de superfície por meio do Teorema de Stokes.

**CONTEÚDO PROGRAMÁTICO**

**I. Integrais múltiplas**

Integral dupla: conceito e propriedades. Cálculo de integral dupla. Inversão da ordem de integração. Mudança de variável. Coordenadas polares. Considerações físicas: massa, centro de massa e momento de inércia. Integrais triplas. Mudança de variável. Coordenadas esféricas e coordenadas cilíndricas. Considerações físicas: massa, centro de massa e momento de inércia.

**II. Integrais de linha**

Campos vetoriais e escalares. Gradiente, divergente e rotacional. Campos vetoriais conservativos. Função potencial. Caminhos regulares: curvas orientadas. Integrais de linha. Integração de um campo vetorial. Integração de um campo escalar. Independência do caminho de integração.

**III. Integrais de superfície**

Integral de superfície. Cálculo de áreas. Aplicações: massa, centro de massa e momento de inércia. Fluxo e o Teorema da Divergência de Gauss. Aplicações. Teorema de Stokes e aplicações.

**METODOLOGIA DE ENSINO**

O conteúdo programático será desenvolvido por meio de aulas expositivas em sala de aula, com a resolução de exemplos de aplicabilidade da teoria apresentada previamente. Serão utilizados Softwares matemáticos para visualização e manipulação de propriedades geométricas e algébricas dos conceitos matemáticos e softwares específicos para a escrita de textos matemáticos.

**RECURSOS DIDÁTICOS**

- Quadro  
 Projetor  
 Vídeos/DVDs  
 Periódicos/Livros/Revistas/Links  
 Equipamento de Som  
 Laboratório de Informática  
 Softwares: matemáticos para visualização e manipulação de propriedades geométricas e algébricas dos conceitos matemáticos e softwares específicos para a escrita de textos matemáticos.

Outros:

**CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO**

- Serão realizadas ao longo do semestre letivo exames de avaliação individuais ou em grupo, com ou sem consulta para verificação do domínio do conteúdo desenvolvido na disciplina, ficando à critério do docente ministrante da disciplina a escolha dos instrumentos de avaliação e dimensionamento dos conteúdos para cada avaliação de acordo com o seu cronograma e evolução dos conteúdos programáticos durante o semestre letivo em curso.

**BIBLIOGRAFIA**

**Bibliografia Básica:**

ÁVILA, G. *Cálculo das funções de múltiplas variáveis*. 7. ed. Vol. 3. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

STEWART, James. *Cálculo*. Vol. 2. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

THOMAS, George B.; WEIR, Maurice D.; HASS, Joel. *Cálculo*. Vol. 2. 12. ed. São Paulo: Editora Pearson, 2012.





**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA

**Bibliografia Complementar:**

- BOYCE, William E.; PRIMA, Richard C. Di. *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno*. Editora Guanabara, 1994.
- FLEMMING, Diva Maria e GONÇALVES, Mirian Buss. *Cálculo B: funções de várias variáveis, integrais múltiplas, integrais de linha e de superfície*. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.
- GUIDORIZZI, H. L. *Um curso de cálculo*. Vol. 3. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001.
- HOWARD, A.; DAVIS, S. I.; BIVENS, I. C.. *Cálculo*. Vol. 1. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2014.
- MUNEM, M. A.; FOULIS, D. J. *Cálculo*. Vol. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2015.

**OBSERVAÇÕES**



**INSTITUTO FEDERAL  
PARAÍBA  
Campus Cajazeiras**

Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis,  
Cajazeiras, PB, 58900-000  
Fone: 3532-4160  
[campus\\_cajazeiras@ifpb.edu.br](mailto:campus_cajazeiras@ifpb.edu.br)